DOI:10.13546/j.cnki.tjyjc.2017.01.009

随机订货成本扰动下零售商鲁棒与机会约束订货策略

陈 群[1,2],韩景倜[1]

(1.上海财经大学 信息管理与工程学院,上海 200433;2.上海出版印刷高等专科学校 文化管理系,上海 200093)

摘 要:文章在随机需求环境下考虑了企业的融资难现状,研究了资金约束零售商在突发事件影响下的随机订货成本分布不确定且发生扰动时的多产品订货行为。构建了资金约束零售商受随机订货成本扰动情形下的多产品鲁棒订货模型与机会约束订货模型,将含扰动项的多产品订货资金约束问题转化为可求解的SOCP锥约束问题,结合算例求解分析了上述两种模型中零售商的最优策略,并与随机订货成本分布已知但无扰动情形下资金约束零售商的订货行为进行了比较。

关键词:订货成本扰动;资金约束;鲁棒;机会约束;SOCP

中图分类号:F270 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-6487(2017)01-0043-04

0 引言

企业尤其是中小微企业的融资难问题几乎成为近年来媒体与政府文件中出现频率最高的话题。在供应链系统中,资金约束零售商也常常因其资产规模偏小、经营稳定性不足、担保物缺乏等原因而无法获得融资服务。在这种形势下,资金约束零售商应如何在有限的预算范围内同时决策多种产品的最优订货量?当自然灾害、恐怖袭击、重大公共卫生事件、金融危机以及机器故障、工人罢工等突发事件造成零售商的订货成本受到不同程度的扰动时,资金约束零售商又当如何做出应对订货策略?这是关乎资金约束企业生存发展、影响其所在供应链系统竞争力的重要现实问题,研究此问题对资金约束企业而言尤为重要。

本文考虑了企业的融资难现状,重点研究了资金约束零售商在多种产品的随机订货成本同时受到不同程度扰动情形下的订货行为,构建了保守型零售商的鲁棒订货模型与具有一定风险承受力零售商的机会约束订货模型,将含扰动项的多产品订货资金约束问题转化为SOCP锥约束问题,以求解到在资金约束与随机订货成本扰动的双约束下零售商的最优策略,最后结合算例分析了这两种情形下零售商的最优订货策略,并与订货成本无扰动的情形进行了比较。研究表明:通过对初始模型的进一步转化可得到资金约束零售商在受随机订货成本扰动的多产品鲁棒订货情形与机会约束订货情形下的最优策略;零售商在订货成本受扰动情形下的机会约束订货收益高于鲁棒订货收益;零售商在订货成本无扰动情形下的收益始终大于订货成本带扰动的鲁棒订货情形与机会约束订货情形下的收益,且随着零售商风险承受能力逐渐增大,零售商的收益也越大。

1 模型假设与参数说明

假设资金约束零售商在随机需求环境下销售多种产品,且该零售商因其资产规模偏小、经营稳定性不足、担保物缺乏等自身实力情况无法获得融资服务,同时假定多种产品的订货成本在无扰动时是服从正态分布的随机变量,受突发事件的影响会产生不同程度扰动。该零售商需要在有限的资金预算内对销售周期中多种产品的订货量进行决策,以实现收益最大化。

模型所用参数说明如下:

B:零售商有限的自有资金,含可贷款能力;

i:零售商向供应商采购的多种产品编号,$i \in [1, n]$;

d_i:零售商面临的产品 i 的市场随机需求,假定 d_i 服均值为 $\hat{\mu}_i$,方差为 $\hat{\sigma}^2_i$ 的正态分布,$d_i \sim N(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}^2_i)$,$d_i$ 之间相互独立;

w_i:零售商承担的产品 i 的单位随机订货成本;

W:由 n 种产品的订货成本组成的随机向量,$W=(w_1, w_2, \cdots, w_n)^T$;

δ_i(扰动项):产品 i 订货成本的扰动项;

p_i:零售商确定的产品销售价格 i,$p_i > w_i$;

x_i(决策变量):零售商对产品 i 的订货量;

X:由所有产品的订购量组成的列向量。

2 三种情形下资金约束零售商的多产品订货模型

在随机需求环境下,假定各产品的市场需求服从正态分布,首先构建多种产品的随机订货成本无扰动情况下的

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71271126);教育部博士点专项科研基金(20120078110002);上海财经大学研究生创新基金(CXJJ-2014-437)

作者简介:陈 群(1983—),女,江西吉安人,博士研究生,讲师,研究方向:供应链、复杂系统。
韩景倜(1959—),男,陕西西安人,教授,博士生导师,研究方向:互联网金融、供应链管理。

资金约束零售商订货模型，接着考虑了多产品的订货成本分布不确定且受到不同程度的扰动，构建了保守型零售商的鲁棒订货模型与具有一定风险承受能力的零售商机会约束订货模型，并将鲁棒情形与机会约束情形下的零售商订货模型转化为可求解的锥约束模型。

2.1 随机订货成本在无扰动情形下的订货模型

假定零售商已知各种产品的订货成本 w_i 服从均值为 μ_i，方差为 σ_i^2 的正态分布，$w_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$，且随机变量 w_i 相互独立。在订货成本无扰动时，本文假定零售商具有一定风险承受能力，为了增大其利益仅在 ε 的小概率下会突破资金约束，即订货总成本大于其自有资金的情形。本文将这种情形下的订货模型记为随机订货成本在无扰动情形下的订货模型，模型的表达式为：

$$\begin{aligned} &\max \quad \sum_{i=1}^{n} E\left[p_i \min(x_i, d_i) - w_i x_i\right] \\ &s.t. \quad P_r(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \geq B) \leq \varepsilon \\ &x_i \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

由于产品的订货成本分布以及市场需求分布均为相互独立的正态分布，令 $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)^T$，$\vec{\sigma} = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \cdots, \sigma_n^2)^T$，$X' = (x_1^2, x_2^2, \cdots x_n^2)$，则有 $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \sim N(\vec{\mu}X, \vec{\sigma}X')$ 则模型(1)可表示为：

$$\begin{aligned} &\max \ \sum_{i=1}^{n} (\int_{-\infty}^{x_i} p_i x f_{d_i}(x) dx + P_r(d_i \geq x_i) p_i x_i - \mu_i x_i) \\ &s.t. \quad 1 - \Phi\left(\frac{B - \vec{\mu}X}{\sqrt{\vec{\sigma}X'}}\right) \leq \varepsilon \\ &x_i \geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

模型(2)中的目标函数可进一步表示为：

$$\max \ \sum_{i=1}^{n} (p_i \int_{-\infty}^{x_i} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i} \exp(\frac{-(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^2}) dx + (1 - \Phi\left(\frac{x_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}\right)) p_i x_i - \mu_i x_i) \tag{3}$$

综上，将随机订货成本无扰动情形下模型(1)最终转化为可求解的模型(4)：

$$\begin{aligned} &\max \ \sum_{i=1}^{n} (p_i \int_{-\infty}^{x_i} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i} \exp(\frac{-(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^2}) dx + (1 - \Phi\left(\frac{x_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}\right)) p_i x_i - \mu_i x_i) \\ &s.t. \quad 1 - \Phi\left(\frac{B - \vec{\mu}X}{\sqrt{\vec{\sigma}X'}}\right) \leq \varepsilon \\ &x_i \geq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

2.2 随机订货成本受扰动情形下的鲁棒订货模型

考虑多种产品的随机订货成本受到不同程度扰动，且分布不确定的订货情形，构建保守型的资金约束零售商在随机订货成本受到扰动下的鲁棒订货模型。随机订货成本受扰动情形下的鲁棒订货意味着资金约束零售商面对多种产品订货成本扰动项的所有可能组合，均不允许有总订货成本超出零售商自有资金的情况发生。换句话说，资金约束条件在最坏的情况下也要满足，不允许发生在上文构建的“随机订货成本无扰动情形下的订货模型”中允许出现的资金约束条件在 ε 的小概率下被突破的情形，这是该模型与随机订货成本无扰动情形下的一个主要区别，是一种较为保守的订货策略。

用随机变量 $w_i = w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i$ 来表示产品 i 的订货成本，其中 w_{i0} 表示产品 i 订货成本的期望值，$\tilde{w}_i$ 表示不确定因素对产品 i 订货成本的扰动程度。假定不确定扰动项 δ_i 满足 $E(\delta_i) = 0$，$|\delta_i| \leq 1$，$\delta_1, \delta_2 \cdots \delta_n$ 相互独立，且扰动项的集合 Λ 符合球约束，则满足 $\Lambda = \left\{\delta_i, \sum_{i=1}^{n} (\delta_i)^2 \leq \Omega^2\right\}$。

随机订货成本受扰动情形下的鲁棒订货模型为：

$$\begin{aligned} &\max \quad \sum_{i=1}^{n} E[p_i \min(x_i, d_i) - w_i x_i] \\ &s.t. \quad \max_{\delta_i \in \Lambda} \sum_{i=1}^{n} (w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i) x_i \leq B \\ &x_i \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

模型(5)中的目标函数对零售商收益的估计与模型(1)的目标函数类似，因此可将其转化为可求解的表达式：

$$\max \ \sum_{i=1}^{n} (p_i \int_{-\infty}^{x_i} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i} \exp(\frac{-(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^2}) dx + (1 - \Phi\left(\frac{x_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}\right)) p_i x_i - w_{i0} x_i) \tag{6}$$

进一步对模型(5)中第一个约束式进行转化。模型(5)中第一个约束式带有 n 个扰动项，通过写对偶函数转化成可解的SOCP锥规划。转化过程如下：

约束式左边 $\max_{\delta_i \in \Lambda} \sum_{i=1}^{n} (w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i) x_i$ 等价于表达式(7)：

$$\begin{aligned} &\max \sum_{i=1}^{n} (w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i) x_i \\ &s.t. \quad \sum_{i=1}^{n} (\delta_i)^2 \leq \Omega^2 \end{aligned} \tag{7}$$

接着构建表达式(7)的Lagrange函数：

$$L(\delta_i, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} (w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i) x_i - \lambda\left[(\sum_{i=1}^{n} (\delta_i)^2) - \Omega^2\right] = \left[\sum_{i=1}^{n} (\delta_i)^2 (-\lambda) + \delta_i (\tilde{w}_i x_i) + w_{i0})\right] + \lambda \Omega^2 \tag{8}$$

其中 λ 为Lagrange乘子，且 $\lambda \geq 0$。通过将表达式(8)对 δ_i 的求导，令Lagrange函数为0，即：$\tilde{w}_i x_i - 2\lambda \delta_i = 0$，求得 $\delta_i = \frac{\tilde{w}_i x_i}{2\lambda}$，将 δ_i 的值代入表达式(8)，整理得：

$$\max_{\delta_i} L(\delta_i, \lambda) = \lambda \Omega^2 + \sum_{i=1}^{n} (\frac{(\tilde{w}_i x_i)^2}{4\lambda} + w_{i0}) \tag{9}$$

因此，表达式(7)的对偶函数可化简为：

$$\min_{\lambda} \max_{\delta_i} L(\delta_i, \lambda) = \min_{\lambda} (\frac{\sum_{i=1}^{n} (\tilde{w}_i x_i)^2}{4\lambda} + \lambda \Omega^2 + \sum_{i=1}^{n} w_{i0}) = \Omega \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\tilde{w}_i x_i)^2} + \sum_{i=1}^{n} w_{i0} \tag{10}$$

模型(5)的约束式 $\max_{\delta_i \in \Lambda} \sum_{i=1}^{n} (w_{i0} + \tilde{w}_i \delta_i) x_i \leq B$ 则可转化为：$\Omega \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\tilde{w}_i x_i)^2} \leq B - \sum_{i=1}^{n} w_{i0}$，此约束为一个SOCP约束，

$$\begin{pmatrix}(B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0})/\Omega \\ \tilde{w}_1x_1 \\ \vdots \\ \tilde{w}_nx_n\end{pmatrix}\in L_{n+1}$$

综上过程，模型(5)最终可转化为SOCP规划(11)：

$$\max \sum_{i=1}^{n}(p_i\int_{-\infty}^{x_i}x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i}\exp(\frac{-(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^{\,2}})dx+(1-\Phi\left(\frac{x_i-\hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}\right))p_ix_i-w_{i0}x_i)$$

$$s.t.\ \Omega\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\tilde{w}_ix_i)^2}\le B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0} \tag{11}$$

$$x_i\ge 0$$

2.3 随机订货成本受扰动情形下的机会约束订货模型

在“随机订货成本受扰动情形下的鲁棒订货模型”中，零售商面对多种产品随机订货成本扰动项的所有可能组合，均不允许发生总订货成本超出零售商自有资金的情况，因而在这种情形下零售商所能获得的最大收益过于保守。在此本文仍然在各种产品的随机订货成本均受到不同程度扰动的情形下，进一步构建零售商为了增大其利益，允许资金约束在ε的小概率下会被突破的机会约束订货情形。构建随机订货成本受扰动情形下的机会约束订货模型的表达式为：

$$\max \quad \sum_{i=1}^{n}E[p_i\min(x_i,d_i)-w_ix_i]$$

$$s.t.\quad P_r(\sum_{i=1}^{n}(w_{i0}+\tilde{w}_i\delta_i)x_i\ge B)\le\varepsilon \tag{12}$$

$$x_i\ge 0$$

模型(12)中的目标函数与模型(5)的目标函数一致，可将其转化为表达式(6)。进一步将模型(12)中第一个约束式转化为SOCP约束。转化过程如下：

模型(12)中第一个约束式等价于：

$$P_r(\sum_{i=1}^{n}\tilde{w}_ix_i\delta_i)\ge B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0}x_i)\le\varepsilon \tag{13}$$

令 $Z_i=\tilde{w}_ix_i$，$Z_0=B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0}x_i$，$Z_i$，$Z_0$ 均是关于订货量 x_i 的线性函数。表达式(13)则可简化为下式：

$$P_r(\sum_{i=1}^{n}Z_i\delta_i\ge Z_0)\le\varepsilon \tag{14}$$

根据Chernoff bound，$\forall m\ge 0$，有 $P_r(\sum_{i=1}^{n}Z_i\delta_i\ge m\sqrt{\sum_{i=1}^{n}Z_i^2})\le\exp(-\frac{m^2}{2})$ 成立。

令 $\varepsilon=\exp(-\frac{m^2}{2})$，易推导出：当 $Z_0\ge\sqrt{-2\ln\varepsilon}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}Z_i^2}$ 成立时，则有 $P_r(\sum_{i=1}^{n}Z_i\delta_i\ge Z_0)\le\varepsilon$ 成立。其中 $Z_0\ge\sqrt{-2\ln\varepsilon}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}Z_i^2}$ 是一个SOCP约束 $\begin{pmatrix}Z_0/\sqrt{-2\ln\varepsilon} \\ Z_1 \\ \vdots \\ Z_n\end{pmatrix}\in L_{n+1}$，即

$$\begin{pmatrix}(B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0}x_i)/\sqrt{-2\ln\varepsilon} \\ \tilde{w}_1x_1 \\ \vdots \\ \tilde{w}_nx_n\end{pmatrix}\in L_{n+1}$$

综上过程，将模型(12)最终转化为SOCP模型(15)：

$$\max \sum_{i=1}^{n}(p_i\int_{-\infty}^{x_i}x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i}\exp(\frac{-(x-\hat{\mu}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^{\,2}})dx+(1-\Phi\left(\frac{x_i-\hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}\right))p_ix_i-w_{i0}x_i)$$

$$s.t.\ B-\sum_{i=1}^{n}w_{i0}x_i\ge\sqrt{-2\ln\varepsilon}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\tilde{w}_ix_i)^2} \tag{15}$$

$$x_i\ge 0$$

3 数值仿真与分析

假设零售商销售两种产品，在订货成本无扰动的情形下，两种产品的订货成本均服从正态分布的随机变量。$B=50000$，$w_1\sim N(50,4)$，$d_1\sim N(200,16)$，$p_1=58$，$w_{10}=50$，$w_2\sim N(100,9)$，$d_2\sim N(300,36)$，$p_2=120$，$w_{20}=100$，$\Omega=1$，三种情形下零售商的最优策略与收益见表1所示。

表1 三种情形下零售商的最优策略与收益

订货成本带扰动的鲁棒情形			订货成本带扰动的机会约束情形				订货成本无扰动情形			
x_1	x_2	总收益	ε	x_1	x_2	总收益	ε	x_1	x_2	总收益
196.22	269.37	6957.16	0.05	198.33	271.91	7024.84	0.05	218.76	277.91	7308.28
			0.1	204.77	275.11	7140.36	0.1	229.71	281.53	7468.28
			0.15	211.24	277.18	7233.52	0.15	242.54	289.32	7726.72

从表1可以看出，订货成本无扰动情形下零售商收益始终大于订货成本受扰动情形下的收益。在订货成本受扰动的情形下，零售商在机会约束情形的收益大于鲁棒情形。这就说明了虽然鲁棒情形能够保证零售商在最坏需求情景下实现利润最大。然而，这种最保守的鲁棒订货决策对于零售商而言不具有现实可行的指导意义，因为这种绝对鲁棒决策考虑的最坏的扰动组合出现是小概率事件，这就限制了零售商获得的更高收益的可能性，而在机会约束情形下的零售商是具备一定的风险承受能力的订货策略，当ε的取值分别为0.05、0.1与0.15时，可以看出随着零售商风险承受能力逐渐增大，零售商的收益也越大。高风险常伴随着高收益，风险和收益是相伴而生的，高收益必然要承担高风险。但高风险不一定会成为现实，当最坏的各产品的扰动组合没有出现，对于零售商而言，高风险的概率就接近于零，会出现零售商风险承受能力逐渐增大，零售商的收益也越大的情况。然而如果各产品的扰动组合出现了最坏的扰动情形，这时零售商将会面临在相对应的ε的小概率下会突破资金约束，出现订货总成本大于其自有资金的情形。

4 结语

本文在随机需求环境下考虑了企业的融资难现状，将以往相关研究中假定的常量型订货成本定义为更贴近现

实情况的随机变量,构建了突发事件对资金约束零售商在随机订货成本分布不确定且发生扰动时的多产品鲁棒订货模型与机会约束订货模型,并将不易求解的含扰动项的多产品订货资金约束问题转化为锥约束SOCP问题。

通过研究得出如下结论:第一,通过对初始模型的进一步转化可得到资金约束零售商在受随机订货成本扰动的多产品鲁棒订货情形与机会约束订货情形下的订货策略最优解;第二,零售商在订货成本带扰动情形下的机会约束订货收益始终高于鲁棒订货收益;第三,零售商在订货成本无扰动情形下的收益始终大于订货成本带扰动的机会约束订货收益,且随着零售商风险承受能力增大,零售商的收益也越大。相关结论为企业在资金限制与随机订货成本扰动双约束下的最优策略制定提供了依据。本文仅分析了突发事件对资金约束零售商在随机订货成本发生扰动时的多产品订货行为,突发事件扰动与资金限制双约束下整个供应链的应急管理策略将是下一步的研究方向。

参考文献:

[1]Archibald T W,Thomas L C,Betts J M,et al. Should Start-Up Companies Be Cautious? Inventory Policies Which Maximize Survival Probabilities [J]. Management Science.2002,48(9).

[2]Xu X,Birge J R. Equity Valuation,Production,and Financial Planning: A Stochastic Programming Approach[J]. Naval Research Logistics,2006,53(7).

[3]Raghavan N R S,Mishra V K. Short-term Financing in a Cash-Constrained Supply Chain[J]. International Journal of Production Economics,2011,134(2).

[4]Lee C H,Rhee B D. Coordination Contracts in the Presence of Positive Inventory Financing Costs[J].International Journal of Production Economics, 2010,124(2).

[5]Yan N,Sun B W. Coordinating Loan Strategies for Supply Chain Financing With Limited Credit[J]. OR Spectrum, 2013,35(4).

[6]Chen X F, Wan G H. The Effect of Financing on A Budget-Constrained Supply Chain Under Wholesale Price Contract[J].Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2011,28(4).

[7]陈祥锋,朱道立,应雯珺.资金约束与供应链中的融资和运营综合决策研究[J].管理科学学报,2008,11(3).

[8]钟远光,周永务,李柏勋,王圣东.供应链融资模式下零售商的订货与定价研究[J].管理科学学报,2011,14(6).

[9]陈祥锋.资金约束供应链中贸易信用合同的决策与价值[J].管理科学学报,2013,16(12).

[10]王文利,骆建文.交易信用与资金约束下两阶段零售商订货策略[J].系统工程理论与实践, 2014,34(2).

[11]张义刚,唐小我.资金约束和数量折扣下的零售商延迟支付订货策略[J].统计与决策,2010,(10).

(责任编辑/易永生)

Stochastic Order Cost Disturbance

Chen Qun[1,2], Han jingti[1]

(1.School of Information Management and Engineering,Shanghai University of Finance and Economics,Shanghai 200433, China;
2.Department of Culture Management, Shanghai Publishing and Printing College, Shanghai 200093, China)

Abstract: Considering the enterprises' financing difficulties under stochastic demand environment, we study the retailer's multi-products order behavior with budget constrained, given ordering cost is a random variable has uncertainty distribution and disturbance affected by the event of an emergency. This paper constructs robust order model and Chance Constrained ordering model with stochastic order cost disturbance, and convert these constrained problem into a SOCP cone constrained problem can be solved. At last, we analyze the optimal strategies of retailers in the above two model combined with example, comparing the result with no disturbance case. This study provides a basis for enterprises to make optimal decision under the double constraints of stochastic order cost disturbance and the budget constrained.

Key words: stochastic order cost disturbance; capital constraints; robust; chance constrained programming; SOCP